

ПОЛУБЕСКОНЕЧНАЯ АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ЗАЯВКИ

Л.Е. ПОСИЦЕЛЬСКИЙ

Теории полубесконечных гомологий и когомологий естественным образом сопоставляются математическим объектам “полубесконечной природы”, т. е., неформально говоря, простирающимся в “положительном” и “отрицательном” направлениях с естественной “нулевой отметкой” посередине, иногда заданной с точностью до конечного сдвига. Простейшими такими объектами, широко используемыми в математике, можно считать одномерные локальные поля (рядов Лорана и p -адических чисел), а более сложные математические объекты полубесконечной природы часто строятся на основе локальных полей.

Полубесконечные гомологические теории локально линейно компактных алгебр Ли, локально компактных вполне несвязных топологических групп, полуассоциативных полуалгебр над коалгебрами и кокольцами были построены в монографии автора заявки (на основе ряда предшествующих подходов, восходящих к Б. Фейгину). Следующим естественным классом полубесконечных математических объектов в этом ряду являются инд-про-схемы или инд-схемы инд-бесконечного типа — полубесконечные алгебраические многообразия. Построение полубесконечной гомологической теории “двусторонне” бесконечномерных алгебраических многообразий, или *полубесконечной алгебраической геометрии*, является целью настоящей заявки.

Как сейчас представляется, основными ингредиентами любой полубесконечной гомологической теории являются, во-первых, конструкции двусторонних производных функторов полубесконечных гомологий и когомологий, и во-вторых, эквивалентность подходящим образом определенных производных категорий двух типов модульных объектов — производное комодульно-контрамодульное или полумодульно-полуконтрамодульное соответствие. Третьим важным ингредиентом могут стать конструкции производной относительной неоднородной кошулевой двойственности.

В контексте полубесконечной алгебраической геометрии, основными двумя типами модульных объектов являются квазикогерентные пучки модулей кручения и контрагерентные копучки контрамодулей. Здесь *контрамодулями* называются модули с некоторыми операциями бесконечного суммирования. Определение *контрагерентных копучков*, вместе с соответствующими теориями раздельно для случаев квазикompактных полуотделимых схем и нетеровых схем с дуализирующим комплексом, было дано в недавнем препринте автора.

Настоящая заявка предполагает построение двустороннего производного функтора *полутензорного произведения* — “смеси” обычного и $!$ -тензорного произведения — квазикогерентных пучков на инд-про-схемах; доказательство эквивалентности полупроизводных категорий квазикогерентных пучков и контрагерентных копучков на, по меньшей мере, инд-про-схемах нильпотентного типа; и поиск подходящих бесконечномерных и полубесконечных версий производной кошулевой двойственности между модулями над кольцом дифференциальных операторов и DG-модулями над комплексом де Рама.